Probabilidad. Lista 2.

1. Se tienen dos juegos de piezas. La probabilidad de que una pieza del primer juego sea estándard es igual a 0,8, y del segundo 0,9. Hallar la probabilidad de que una pieza tomada al azar de un juego escogido aleatoriamente sea estándard.

2. Sólo dos fábricas producen goggles de natación para miopes. El 20 % de los goggles de la fábrica I, y el 5 % de la fábrica II son defectuosos. La fábrica I produce el doble de goggles que la fábrica II cada semana. ¿Cuál es la probabilidad de que un goggle comprado no esté defectuoso?. Si el goggle resulta defectuoso, ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la fábrica I?.

3. Usted es una mujer que ya cruzó la barrera de los 40 años. Supongamos que su médico de cabecera le sugiere que se haga una mamografía de rutina. En principio, el médico le dice que solamente el 1 por ciento de mujeres de su edad tienen cáncer de mama, o sea una mujer de cada cien. Pero le agrega otros datos que usted debe conocer. El test ¡no es infalible! ¿Qué quiere decir esto?.

   Cuando se habla de mamografías, se sabe que el 80 % de las mujeres que tienen cáncer de mama tendrán un resultado positivo. Leído de otra manera, esto es lo mismo que decir que al test se le escapan el 20 % de las mujeres que se hacen el estudio pero que sí están enfermas. Es muy importante entender esto: hay 20 % de mujeres que tienen este cáncer pero la mamografía no lo detectará. Estos casos se llaman falsos negativos.

   Pero también se sabe que 9,6 % de mujeres que no tienen cáncer de mama tendrán igualmente un resultado positivo de la mamografía. Es decir, el resultado será positivo pero la mujer no tiene cáncer. A este grupo se lo conoce con el nombre de falsos positivos.

   Ahora sí, con toda esta información, usted se hace el test y cuando le entregan los resultados, lee que la mamografía resulta positiva.

   Pregunta: cuál es la probabilidad de que usted tenga en realidad cáncer de mama?

4. En un laboratorio se descubrió una prueba para detectar cierta enfermedad, y sobre la eficacia de dicha prueba se conoce lo siguiente: Si se denota por E el evento de que un paciente tenga la enfermedad y por N el evento de que la prueba resulte negativa, entonces se sabe que $\mathcal{P}(\mathcal{C}N|E) = 0{,}95$, $\mathcal{P}(N|\mathcal{C}E) = 0{,}96$, y $\mathcal{P}(E) = 0{,}01$. Diremos que la prueba es confiable si $P(E|\mathcal{C}N) > 0{,}95$. ¿ Es confiable la prueba?. También calcule $\mathcal{P}(E|N)$.

5. Considere el experimento de lanzar una moneda balanceada tres veces. Sea X el número de águilas obtenidos de los tres lanzamientos. Denotemos el resultado del lanzamiento de una moneda por la letra A si éste fue águila, y por la letra S si éste fue sol. El espacio muestral asociado al experimento es

$$\Omega = \{AAA, AAS, ASA, SAA, SSA, SAS, ASS, SSS\}$$

Determine explícitamente la v.a. X, y halle su función de densidad asociada f_X. Exprese esta densidad como suma de funciones características.

6. Encontrar el valor de la constante c que hace que la siguiente función sea función de densidad de probabilidad discreta:

$$f(x) = \begin{cases} cx & \text{si } x = 0, 1, 2, 3, \\ 0 & \text{otro caso.} \end{cases}$$

7. Grafique y compruebe que las siguientes funciones son densidades de probabilidad discreta. En cada caso halle los valores que toma la variable aleatoria correspondiente, así como la probabilidad que toma la v.a. en cada uno de estos valores:

   (a)
   $$f(x) = \begin{cases} x^2/10 & \text{para } x = -2, -1, 0, 1, 2. \\ 0 & \text{otro caso.} \end{cases}$$

   (b)
   $$f(x) = \begin{cases} (2x-5)^2/70 & \text{para } x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0 & \text{otro caso.} \end{cases}$$