

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 2

1. Demuestre que si $a \equiv b \pmod{m_1}$ y $c \equiv d \pmod{m_2}$, entonces
 - (a) $a + c \equiv b + d \pmod{(m_1, m_2)}$;
 - (b) $ac \equiv bd \pmod{(m_1, m_2)}$
2. (a) Resuelva la congruencia $12x - 2 \equiv 4x - 6 \pmod{21}$;
- (b) Resuelva el siguiente sistema de congruencias.
$$\begin{aligned} 2x &\equiv 1 \pmod{7} \\ x &\equiv 1 \pmod{5} \\ 2x - 3 &\equiv 29 - 2x \pmod{6} \\ x + 3 &\equiv 5x - 3 \pmod{2}. \end{aligned}$$
3. (a) Muestre que si $k \in \mathbb{Z}$, entonces $(22k + 7, 33k + 5) = 1$;
- (b) Pruebe que para todo $n \in \mathbb{N}$, $n^5 - n$ es múltiplo de 30;
- (c) La sucesión de Fibonacci f_1, f_2, f_3, \dots se define como sigue: $f_1 = 1, f_2 = 1$ y para $n \geq 3$, $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$. Pruebe que 9 divide a una infinidad de términos de la sucesión de Fibonacci.
- (d) Pruebe que la ecuación $x^2 + 1 = 187y$ no tiene solución entera.
4. (a) Sea n la suma de todas las cifras del número 5555^{5555} , sea m la suma de todas las cifras de n y sea r la suma de todas las cifras de m . Encuentre r .
- (b) ¿ $10^{5^{10^{5^{10}}}} + 5^{10^{5^{10^5}}}$ es divisible por 11?

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 2

1. Demuestre que si $a \equiv b \pmod{m_1}$ y $c \equiv d \pmod{m_2}$, entonces
 - (a) $a + c \equiv b + d \pmod{(m_1, m_2)}$;
 - (b) $ac \equiv bd \pmod{(m_1, m_2)}$
2. (a) Resuelva la congruencia $12x - 2 \equiv 4x - 6 \pmod{21}$;
- (b) Resuelva el siguiente sistema de congruencias.
$$\begin{aligned} 2x &\equiv 1 \pmod{7} \\ x &\equiv 1 \pmod{5} \\ 2x - 3 &\equiv 29 - 2x \pmod{6} \\ x + 3 &\equiv 5x - 3 \pmod{2}. \end{aligned}$$
3. (a) Muestre que si $k \in \mathbb{Z}$, entonces $(22k + 7, 33k + 5) = 1$;
- (b) Pruebe que para todo $n \in \mathbb{N}$, $n^5 - n$ es múltiplo de 30;
- (c) La sucesión de Fibonacci f_1, f_2, f_3, \dots se define como sigue: $f_1 = 1, f_2 = 1$ y para $n \geq 3$, $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$. Pruebe que 9 divide a una infinidad de términos de la sucesión de Fibonacci.
- (d) Pruebe que la ecuación $x^2 + 1 = 187y$ no tiene solución entera.
4. (a) Sea n la suma de todas las cifras del número 5555^{5555} , sea m la suma de todas las cifras de n y sea r la suma de todas las cifras de m . Encuentre r .
- (b) ¿ $10^{5^{10^{5^{10}}}} + 5^{10^{5^{10^5}}}$ es divisible por 11?

Dr. Hugo Villanueva Méndez
