

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 3

1. (a) Muestre que para todo número natural n , el número $(n^3 - n)(5^{8n+4} + 3^{4n+2})$ es múltiplo de 3804.
- (b) ¿Para cuántas parejas de números enteros a y b entre 0 y 1993 se satisface que $a^2 - ab - 1$ es múltiplo de 1994?
- (c) Encontrar todos los números primos positivos p tales que $8p^4 - 3003$ también sea un primo positivo.
2. (a) Probar que $\varphi(n)$ es par si $n \geq 3$;
- (b) Si todo primo que divide a n también divide a m , probar que $\varphi(nm) = n\varphi(m)$. Deducir que $\varphi(n^2) = n\varphi(n)$.
- (c) Si $\varphi(n) \mid n - 1$, pruebe que n está libre de cuadrados.
3. (a) Si $(n, m) = 1$ pruebe que $m^{\varphi(n)} + n^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{nm}$;
- (b) Para todo $a \in \mathbb{Z}$, pruebe que a y a^{4n+1} acaban en el mismo dígito.
4. (a) Pruebe que en cualquier conjunto de n enteros siempre hay un subconjunto en el que la suma de los números es divisible por n ;
- (b) Se tienen x, y y z enteros tales que $x^3 + y^3 - z^3$ es múltiplo de 7. Demuestre que al menos uno de ellos es múltiplo de 7.
-

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 3

1. (a) Muestre que para todo número natural n , el número $(n^3 - n)(5^{8n+4} + 3^{4n+2})$ es múltiplo de 3804.
- (b) ¿Para cuántas parejas de números enteros a y b entre 0 y 1993 se satisface que $a^2 - ab - 1$ es múltiplo de 1994?
- (c) Encontrar todos los números primos positivos p tales que $8p^4 - 3003$ también sea un primo positivo.
2. (a) Probar que $\varphi(n)$ es par si $n \geq 3$;
- (b) Si todo primo que divide a n también divide a m , probar que $\varphi(nm) = n\varphi(m)$. Deducir que $\varphi(n^2) = n\varphi(n)$.
- (c) Si $\varphi(n) \mid n - 1$, pruebe que n está libre de cuadrados.
3. (a) Si $(n, m) = 1$ pruebe que $m^{\varphi(n)} + n^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{nm}$;
- (b) Para todo $a \in \mathbb{Z}$, pruebe que a y a^{4n+1} acaban en el mismo dígito.
4. (a) Pruebe que en cualquier conjunto de n enteros siempre hay un subconjunto en el que la suma de los números es divisible por n ;
- (b) Se tienen x, y y z enteros tales que $x^3 + y^3 - z^3$ es múltiplo de 7. Demuestre que al menos uno de ellos es múltiplo de 7.
-

Dr. Hugo Villanueva Méndez