UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 5

---

1. (a) Encuentre a, b y c tales que $((a,b),c) \neq (a,(b,c))$;
   (b) Muestre que $A \times (B \times C) \neq (A \times B) \times C$, ni siquiera cuando $A = B = C$;
   (c) Pruebe que $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$;
   (d) Demuestre que $A \times (B \triangle C) = (A \times B) \triangle (A \times C)$.

2. Una familia de conjuntos $\mathcal{F}$ se dice *ajena por pares (ajena dos a dos)* si para cualesquiera $A, B \in \mathcal{F}$, con $A \neq B$, se tiene que $A \cap B = \emptyset$. Sea $\mathcal{F} = \{A_n : n \in \mathbb{N}\}$ una familia de conjuntos, y sea $S_n = \bigcup\limits_{k=0}^{n} A_k$ para $n \in \mathbb{N}$.
   (a) Pruebe que la familia
   $$\mathcal{E} = \{A_0\} \cup \{A_n \setminus S_{n-1} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$
   es ajena por pares.
   (b) Muestre que $\bigcup\limits_{n=0}^{\infty} A_n = \bigcup \mathcal{E} = A_0 \cup (A_1 \setminus S_2) \cup ... \cup (A_n \setminus S_{n-1} \cup ...;$

3. Sean R y S relaciones (binarias)
   (a) Demuestre que $domR \subset \bigcup(\bigcup R)$ y que $ranR \subset \bigcup(\bigcup R)$, concluya con esto que $domR$ y $ranR$ existen;
   (b) Muestre que R^{-1} y $S \circ R$ existen.

4. Sean R una relación y A y B conjuntos, muestre que
   (a) $R(A \cup B) = R(A) \cup R(B)$;
   (b) $R(A \cap B) \subset R(A) \cap R(B)$;
   (c) $R(A \setminus B) \supset R(A) \setminus R(B)$;
   (d) $R^{-1} \circ R \supset Id_{domR}$ y $R \circ R^{-1} \supset Id_{ranR}$.

5. Sea $f : X \to Y$ una función. Pruebe que $F : \mathcal{P}(X) \to \mathcal{P}(Y)$ y $G : \mathcal{P}(Y) \to \mathcal{P}(X)$ definidas como $F(A) = f(A)$ y $G(A) = f^{-1}(A)$ son funciones.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 5

---

1. (a) Encuentre a, b y c tales que $((a,b),c) \neq (a,(b,c))$;
   (b) Muestre que $A \times (B \times C) \neq (A \times B) \times C$, ni siquiera cuando $A = B = C$;
   (c) Pruebe que $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$;
   (d) Demuestre que $A \times (B \triangle C) = (A \times B) \triangle (A \times C)$.

2. Una familia de conjuntos $\mathcal{F}$ se dice *ajena por pares (ajena dos a dos)* si para cualesquiera $A, B \in \mathcal{F}$, con $A \neq B$, se tiene que $A \cap B = \emptyset$. Sea $\mathcal{F} = \{A_n : n \in \mathbb{N}\}$ una familia de conjuntos, y sea $S_n = \bigcup\limits_{k=0}^{n} A_k$ para $n \in \mathbb{N}$.
   (a) Pruebe que la familia
   $$\mathcal{E} = \{A_0\} \cup \{A_n \setminus S_{n-1} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$
   es ajena por pares.
   (b) Muestre que $\bigcup\limits_{n=0}^{\infty} A_n = \bigcup \mathcal{E} = A_0 \cup (A_1 \setminus S_2) \cup ... \cup (A_n \setminus S_{n-1} \cup ....$

3. Sean R y S relaciones (binarias)
   (a) Demuestre que $domR \subset \bigcup(\bigcup R)$ y que $ranR \subset \bigcup(\bigcup R)$, concluya con esto que $domR$ y $ranR$ existen;
   (b) Muestre que R^{-1} y $S \circ R$ existen.

4. Sean R una relación y A y B conjuntos, muestre que
   (a) $R(A \cup B) = R(A) \cup R(B)$;
   (b) $R(A \cap B) \subset R(A) \cap R(B)$;
   (c) $R(A \setminus B) \supset R(A) \setminus R(B)$;
   (d) $R^{-1} \circ R \supset Id_{domR}$ y $R \circ R^{-1} \supset Id_{ranR}$.

5. Sea $f : X \to Y$ una función. Pruebe que $F : \mathcal{P}(X) \to \mathcal{P}(Y)$ y $G : \mathcal{P}(Y) \to \mathcal{P}(X)$ definidas como $F(A) = f(A)$ y $G(A) = f^{-1}(A)$ son funciones.

Dr. Hugo Villanueva Méndez