

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS  
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

---

Álgebra IV  
Tarea 6

---

1. Sean  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$  dos funciones. Demuestre que
  - (a) la inyectividad de  $f$  y  $g$  implica la inyectividad de  $g \circ f$ ;
  - (b) la suprayectividad de  $f$  y  $g$  implica la suprayectividad de  $g \circ f$ ;
  - (c) si  $X = Z$ , y  $f$  y  $g$  son tales que  $g \circ f = Id_X$  y  $f \circ g = Id_Y$ , entonces  $g = f^{-1}$ , es decir, la inversa de  $f : X \rightarrow Y$  es única.
  - (d) Si  $g \circ f$  es inyectiva, ¿qué se puede decir de la inyectividad de  $f$  y  $g$ ?
  - (e) Si  $g \circ f$  es suprayectiva, ¿qué se puede decir de la suprayectividad de  $f$  y  $g$ ?
2. Sean  $A \subset X$  y  $f : X \rightarrow Y$  una función. Sea  $i : A \hookrightarrow X$  la inclusión. Muestre que  $f|_A = f \circ i$  y además, si  $g = f|_A$ , entonces  $g^{-1}(B) = A \cap f^{-1}(B)$  para cada  $B \subset Y$ .
3. (a) Si  $A \neq \emptyset$  y  $B \neq \emptyset$ , muestre que para cualquier conjunto  $C$  y cualesquiera funciones  $f_1 : C \rightarrow A$  y  $f_2 : C \rightarrow B$ , existe una única función  $f : C \rightarrow A \times B$  tal que  $f_1 = p_1 \circ f$  y  $f_2 = p_2 \circ f$ , donde  $p_1$  y  $p_2$  son las proyecciones en las primera y segunda coordenada, respectivamente. Las funciones  $f_1$  y  $f_2$  se llaman funciones coordenadas de  $f$ .
4. (a) Muestre que si  $f : A \rightarrow B$  y  $g : B \rightarrow C$  son funciones biyectivas, entonces  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ ;
- (b) Si  $f$  es una función inyectiva, muestre que
$$f \left( \bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} f(A_\alpha);$$
5. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos, el conjunto de todas las funciones de  $A$  en  $B$  es denotado por  $B^A$ . Muestre que  $B^A$  existe; y además, que el conjunto de todas las funciones desde  $A$  hacia  $B$  es  $\bigcup_{X \subset A} B^X$ .

---

Dr. Hugo Villanueva Méndez

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS  
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

---

Álgebra IV  
Tarea 6

---

1. Sean  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$  dos funciones. Demuestre que
  - (a) la inyectividad de  $f$  y  $g$  implica la inyectividad de  $g \circ f$ ;
  - (b) la suprayectividad de  $f$  y  $g$  implica la suprayectividad de  $g \circ f$ ;
  - (c) si  $X = Z$ , y  $f$  y  $g$  son tales que  $g \circ f = Id_X$  y  $f \circ g = Id_Y$ , entonces  $g = f^{-1}$ , es decir, la inversa de  $f : X \rightarrow Y$  es única.
  - (d) Si  $g \circ f$  es inyectiva, ¿qué se puede decir de la inyectividad de  $f$  y  $g$ ?
  - (e) Si  $g \circ f$  es suprayectiva, ¿qué se puede decir de la suprayectividad de  $f$  y  $g$ ?
2. Sean  $A \subset X$  y  $f : X \rightarrow Y$  una función. Sea  $i : A \hookrightarrow X$  la inclusión. Muestre que  $f|_A = f \circ i$  y además, si  $g = f|_A$ , entonces  $g^{-1}(B) = A \cap f^{-1}(B)$  para cada  $B \subset Y$ .
3. (a) Si  $A \neq \emptyset$  y  $B \neq \emptyset$ , muestre que para cualquier conjunto  $C$  y cualesquiera funciones  $f_1 : C \rightarrow A$  y  $f_2 : C \rightarrow B$ , existe una única función  $f : C \rightarrow A \times B$  tal que  $f_1 = p_1 \circ f$  y  $f_2 = p_2 \circ f$ , donde  $p_1$  y  $p_2$  son las proyecciones en las primera y segunda coordenada, respectivamente. Las funciones  $f_1$  y  $f_2$  se llaman funciones coordenadas de  $f$ .
4. (a) Muestre que si  $f : A \rightarrow B$  y  $g : B \rightarrow C$  son funciones biyectivas, entonces  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ ;
- (b) Si  $f$  es una función inyectiva, muestre que
$$f \left( \bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} f(A_\alpha);$$
5. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos, el conjunto de todas las funciones de  $A$  en  $B$  es denotado por  $B^A$ . Muestre que  $B^A$  existe; y además, que el conjunto de todas las funciones desde  $A$  hacia  $B$  es  $\bigcup_{X \subset A} B^X$ .

---

Dr. Hugo Villanueva Méndez

---