UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 9

1. Muestre que
   (a) Si X y Y son conjuntos finitos, entonces $X \times Y$ es un conjunto finito y $|X \times Y| = |X| \cdot |Y|$.
   (b) Si $|X| = |Y|$ y $|Y| \leq |Z|$, entonces $|X| \leq |Z|$.
   (c) Si $|X| \leq |Y|$ y $|Y| < |Z|$, entonces $|X| < |Z|$.
2. (a) Sea S un conjunto, y sea $\mathcal{F}$ el conjunto de todos los subconjuntos finitos de S. Demuestre que $|S| \leq |\mathcal{F}| \leq |\mathcal{P}(S)|$.
   (b) Demuestre que cualesquiera dos intervaloes abiertos de números reales (a, b) y (c, d) son equipotentes.
   (c) Demuestre que $\mathbb{R}$ es equipotente a $(0, 1)$.
3. (a) Sea A un conjunto numerable y $x \in A$. Muestre que $A \setminus \{x\}$ es numerable.
   (b) Para cada $n \neq 0$, demuestre que el conjunto $[\mathbb{N}]^n = \{S \subset \mathbb{N} : |S| = n\}$ es numerable.
4. (a) Muestre que el conjunto de todas las sucesiones finitas de números naturales es numerable.
   (b) Demuestre que el conjunto de todos los subconjuntos finitos de números naturales es numerable.
5. Sean S un conjunto numerable y R una relación de equivalencia en S. Muestre que S/R es a lo más numerable y dé un ejemplo en el cual S/R sea finito.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 9

1. Muestre que
   (a) Si X y Y son conjuntos finitos, entonces $X \times Y$ es un conjunto finito y $|X \times Y| = |X| \cdot |Y|$.
   (b) Si $|X| = |Y|$ y $|Y| \leq |Z|$, entonces $|X| \leq |Z|$.
   (c) Si $|X| \leq |Y|$ y $|Y| < |Z|$, entonces $|X| < |Z|$.
2. (a) Sea S un conjunto, y sea $\mathcal{F}$ el conjunto de todos los subconjuntos finitos de S. Demuestre que $|S| \leq |\mathcal{F}| \leq |\mathcal{P}(S)|$.
   (b) Demuestre que cualesquiera dos intervaloes abiertos de números reales (a, b) y (c, d) son equipotentes.
   (c) Demuestre que $\mathbb{R}$ es equipotente a $(0, 1)$.
3. (a) Sea A un conjunto numerable y $x \in A$. Muestre que $A \setminus \{x\}$ es numerable.
   (b) Para cada $n \neq 0$, demuestre que el conjunto $[\mathbb{N}]^n = \{S \subset \mathbb{N} : |S| = n\}$ es numerable.
4. (a) Muestre que el conjunto de todas las sucesiones finitas de números naturales es numerable.
   (b) Demuestre que el conjunto de todos los subconjuntos finitos de números naturales es numerable.
5. Sean S un conjunto numerable y R una relación de equivalencia en S. Muestre que S/R es a lo más numerable y dé un ejemplo en el cual S/R sea finito.

Dr. Hugo Villanueva Méndez