UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 12

1. Muestre que
   (a) $|\mathbb{R}^{\mathbb{R}} \setminus C| = 2^{2^{\aleph_0}}$ siempre que $|C| < 2^{2^{\aleph_0}}$;
   (b) la cardinalidad de todas las funciones discontinuas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ es $2^{2^{\aleph_0}}$
2. Un subconjunto D de un conjunto ordenado $(A, \leq)$ se llama *denso* si para cualesquiera $x, y \in A$ con $x < y$, existe $z \in D$ tal que $x < z < y$. Demuestre que un conjunto ordenado A que tiene un subconjunto denso numerable tiene cardinalidad no mayor que la del continuo.
3. Pruebe que
   (a) la unión de una familia numerable de conjuntos numerables es numerable;
   (b) cualquier conjunto infinito tiene un subconjunto numerable. Así, con el Axioma de Elección son equivalentes infinito según Dedekind e infinito.
4. Demuestre las siguientes leyes distributivas
   (a) $\bigcap_{t\in T}\left(\bigcup_{s\in S} A_{s,t}\right) = \bigcup_{f\in S^T}\left(\bigcap_{t\in T} A_{t,f(t)}\right)$
   (b) $\bigcup_{t\in T}\left(\bigcap_{s\in S} A_{s,t}\right) = \bigcap_{f\in S^T}\left(\bigcup_{t\in T} A_{t,f(t)}\right)$
5. Demuestre que el Axioma de Elección es equivalente a la siguiente proposición (Bernays, 1941): Para toda relación R existe una función f tal que $domf = domR$ y $f \subset R$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 12

1. Muestre que
   (a) $|\mathbb{R}^{\mathbb{R}} \setminus C| = 2^{2^{\aleph_0}}$ siempre que $|C| < 2^{2^{\aleph_0}}$;
   (b) la cardinalidad de todas las funciones discontinuas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ es $2^{2^{\aleph_0}}$
2. Un subconjunto D de un conjunto ordenado $(A, \leq)$ se llama *denso* si para cualesquiera $x, y \in A$ con $x < y$, existe $z \in D$ tal que $x < z < y$. Demuestre que un conjunto ordenado A que tiene un subconjunto denso numerable tiene cardinalidad no mayor que la del continuo.
3. Pruebe que
   (a) la unión de una familia numerable de conjuntos numerables es numerable;
   (b) cualquier conjunto infinito tiene un subconjunto numerable. Así, con el Axioma de Elección son equivalentes infinito según Dedekind e infinito.
4. Demuestre las siguientes leyes distributivas
   (a) $\bigcap_{t\in T}\left(\bigcup_{s\in S} A_{s,t}\right) = \bigcup_{f\in S^T}\left(\bigcap_{t\in T} A_{t,f(t)}\right)$
   (b) $\bigcup_{t\in T}\left(\bigcap_{s\in S} A_{s,t}\right) = \bigcap_{f\in S^T}\left(\bigcup_{t\in T} A_{t,f(t)}\right)$
5. Demuestre que el Axioma de Elección es equivalente a la siguiente proposición (Bernays, 1941): Para toda relación R existe una función f tal que $domf = domR$ y $f \subset R$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez