

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 13

1. Demuestre que si A puede ser bien ordenado, entonces $\mathcal{P}(A)$ puede ser linealmente ordenado. (Sugerencia: considere el primer elemento de $X\Delta Y$, para $X, Y \subset A$.)
2. Sea (A, \leq) un conjunto parcialmente ordenado en el que cualquier cadena tiene cota superior. Muestre que para cada $a \in A$, existe un elemento \leq -maximal $x \in A$ tal que $a \leq x$.
3. (a) Demuestre que los números naturales son exactamente los números ordinales finitos.
- (b) Muestre que un ordinal α es un número natural si y sólo si todo subconjunto no vacío de α tiene un elemento máximo.
4. Demuestre que si un conjunto de ordinales X no tiene un elemento máximo, entonces $\sup X = \cap X$ es un ordinal límite.
5. Sea α un ordinal límite y sea $\beta \subset \alpha$. Pruebe que si para cada $\gamma \in \alpha$ existe $\delta \in \beta$ tal que $\gamma \in \delta$, entonces $\alpha = \cap \beta$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Álgebra IV
Tarea 13

1. Demuestre que si A puede ser bien ordenado, entonces $\mathcal{P}(A)$ puede ser linealmente ordenado. (Sugerencia: considere el primer elemento de $X\Delta Y$, para $X, Y \subset A$.)
2. Sea (A, \leq) un conjunto parcialmente ordenado en el que cualquier cadena tiene cota superior. Muestre que para cada $a \in A$, existe un elemento \leq -maximal $x \in A$ tal que $a \leq x$.
3. (a) Demuestre que los números naturales son exactamente los números ordinales finitos.
- (b) Muestre que un ordinal α es un número natural si y sólo si todo subconjunto no vacío de α tiene un elemento máximo.
4. Demuestre que si un conjunto de ordinales X no tiene un elemento máximo, entonces $\sup X = \cap X$ es un ordinal límite.
5. Sea α un ordinal límite y sea $\beta \subset \alpha$. Pruebe que si para cada $\gamma \in \alpha$ existe $\delta \in \beta$ tal que $\gamma \in \delta$, entonces $\alpha = \cap \beta$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez