UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II
Tarea 1

---

1. (a) Demuestre que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x}$, en el punto $\left(a, \frac{1}{a}\right)$ intersecta a la gráfica de f solo en este punto.
   (b) Demuestre que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^2}$, en el punto $\left(a, \frac{1}{a^2}\right)$ intersecta a la gráfica de f en solo dos puntos, en lados opuestos del eje vertical.
2. (a) Suponga que $f(a) = g(a)$ y que la derivada por la izquierda de f en a es igual a la derivada por la derecha de g en a. Defina $h(x) = f(x)$ para $x \leq a$, y $h(x) = g(x)$ para $x \geq a$. Demuestre que h es diferenciable en a.
   (b) Sea $f(x) = x^2$, si $x \leq c$ y $f(x) = ax + b$, si $x > c$, donde a, b y c son constantes. Encuentre los valores de a y b (en función de c) tales que $f'(c)$ exista.
   (c) Sea $f(x) = x^2$ si x es racional, y $f(x) = 0$ si x es irracional. Demuestre que f es diferenciable en 0.
3. (a) Si $g(x) = f(x + c)$, demuestre que $g'(x) = f'(x + c)$.
   (b) Si $g(x) = f(cx)$, demuestre que $g'(x) = cf'(cx)$.
4. (a) Suponga que $f(a) = g(a) = h(a)$, que $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ para todo x y que $f'(a) = h'(a)$. Demuestre que g es diferenciable en a y que $f'(a) = g'(a) = h'(a)$.
   (b) Suponga que f es diferenciable en x. Demuestre que

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II
Tarea 1

1. (a) Demuestre que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x}$, en el punto $\left(a, \frac{1}{a}\right)$ intersecta a la gráfica de f solo en este punto.
   (b) Demuestre que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x^2}$, en el punto $\left(a, \frac{1}{a^2}\right)$ intersecta a la gráfica de f en solo dos puntos, en lados opuestos del eje vertical.
2. (a) Suponga que $f(a) = g(a)$ y que la derivada por la izquierda de f en a es igual a la derivada por la derecha de g en a. Defina $h(x) = f(x)$ para $x \leq a$, y $h(x) = g(x)$ para $x \geq a$. Demuestre que h es diferenciable en a.
   (b) Sea $f(x) = x^2$, si $x \leq c$ y $f(x) = ax + b$, si $x > c$, donde a, b y c son constantes. Encuentre los valores de a y b (en función de c) tales que $f'(c)$ exista.
   (c) Sea $f(x) = x^2$ si x es racional, y $f(x) = 0$ si x es irracional. Demuestre que f es diferenciable en 0.
3. (a) Si $g(x) = f(x + c)$, demuestre que $g'(x) = f'(x + c)$.
   (b) Si $g(x) = f(cx)$, demuestre que $g'(x) = cf'(cx)$.
4. (a) Suponga que $f(a) = g(a) = h(a)$, que $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ para todo x y que $f'(a) = h'(a)$. Demuestre que g es diferenciable en a y que $f'(a) = g'(a) = h'(a)$.
   (b) Suponga que f es diferenciable en x. Demuestre que

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

Dr. Hugo Villanueva Méndez