UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II
Tarea 4

---

1. (a) Enuncie y demuestre las otras versiones de la Regla de L'Hôpital.
   (b) Suponga que $\lim_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim_{x\to a} g(x) = 0$ y que $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ existe. ¿Es cierto que $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ existe?
2. Calcule los siguientes límites.
   (a) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x+3}{2x^2-13x+21}$;
   (b) $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)}\right)$;
3. (a) Suponga que f es diferenciable en (un intervalo que contiene a) $[a, b]$. Demuestre que si el mínimo de f en $[a, b]$ se encuentra en el punto a, entonces $f'(a) \geq 0$, y si se encuentra en b, entonces $f'(b) \leq 0$.
   (b) Suponga que $f'(a) < 0$ y que $f'(b) > 0$. Demuestre que $f'(x) = 0$ para algún $x \in (a, b)$.
   (c) Demuestre que si $f'(a) < c < f'(b)$, entonces $f'(x) = c$ para algún $x \in (a, b)$ (Este resultado se conoce como el Teorema de Darboux).
4. (a) Demuestre que $\frac{1}{9} < \sqrt{66} - 8 < \frac{1}{8}$.
   (b) Encuentre las ecuaciones para las rectas tangente y normal a la curva $y^2+x^3y = 6$ en el punto $(1, 2)$. (Una recta es normal a una curva en un punto si es perpendicular a la recta tangente a la curva en ese punto).
   (c) Suponga que f es una función tal que $f'(x) = \frac{1}{x}$ para todo $x > 0$ y $f(1) = 0$. Demuestre que $f(xy) = f(x) + f(y)$ para todo $x, y > 0$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II
Tarea 4

1. (a) Enuncie y demuestre las otras versiones de la Regla de L'Hôpital.
   (b) Suponga que $\lim_{x\to a} f(x) = 0$, $\lim_{x\to a} g(x) = 0$ y que $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ existe. ¿Es cierto que $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ existe?
2. Calcule los siguientes límites.
   (a) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-4x+3}{2x^2-13x+21}$;
   (b) $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)}\right)$;
3. (a) Suponga que f es diferenciable en (un intervalo que contiene a) $[a, b]$. Demuestre que si el mínimo de f en $[a, b]$ se encuentra en el punto a, entonces $f'(a) \geq 0$, y si se encuentra en b, entonces $f'(b) \leq 0$.
   (b) Suponga que $f'(a) < 0$ y que $f'(b) > 0$. Demuestre que $f'(x) = 0$ para algún $x \in (a, b)$.
   (c) Demuestre que si $f'(a) < c < f'(b)$, entonces $f'(x) = c$ para algún $x \in (a, b)$ (Este resultado se conoce como el Teorema de Darboux).
4. (a) Demuestre que $\frac{1}{9} < \sqrt{66} - 8 < \frac{1}{8}$.
   (b) Encuentre las ecuaciones para las rectas tangente y normal a la curva $y^2+x^3y = 6$ en el punto $(1, 2)$. (Una recta es normal a una curva en un punto si es perpendicular a la recta tangente a la curva en ese punto).
   (c) Suponga que f es una función tal que $f'(x) = \frac{1}{x}$ para todo $x > 0$ y $f(1) = 0$. Demuestre que $f(xy) = f(x) + f(y)$ para todo $x, y > 0$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez