

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II
Tarea 6

1. (a) Si f y g son crecientes, ¿lo son también $f + g$, $f \cdot g$ y $f \circ g$?
(b) Demuestre que si f y g son uno-uno, entonces $f \circ g$ también es uno-uno. Halle $(f \circ g)^{-1}$ en términos de f^{-1} y g^{-1} .
(c) Halle g^{-1} en términos de f^{-1} si $g(x) = 1 + f(x)$.
2. (a) Demuestre que $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ es uno-uno si y sólo si $ad - bc \neq 0$, y halle f^{-1} en ese caso;
(b) ¿En qué intervalos $[a, b]$ son uno-uno las siguientes funciones?
 - i. $f(x) = x^3 - 3x^2$;
 - ii. $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$.
3. Suponga que f es diferenciable con derivada $f'(x) = (1 + x^3)^{-\frac{1}{2}}$. Demuestre que $g = f^{-1}$ satisface $g''(x) = \frac{3}{2}g(x)^2$.
4. (a) Suponga que f es una función uno-uno diferenciable, con derivada que no se anula en ningún punto y que $f = F'$. Sea $G(x) = xf^{-1}(x) - F(f^{-1}(x))$. Demuestre que $G'(x) = f^{-1}(x)$.
(b) Demuestre que una función creciente y otra decreciente se cortan como máximo en una sola vez.
5. (a) Un disco metálico de 10 cm de diámetro se dilata durante un proceso de calentamiento. Si su radio crece a razón de $0.05 \frac{cm}{seg}$, ¿con qué rapidez crece el área de sus caras cuando el radio es 5.1 cm?
(b) A las 12:17 horas un hombre H se encuentra a 260 m al norte de su novia M . Si H camina hacia el Este a razón de $40 \frac{m}{min}$ y M camina hacia el Sur a $30 \frac{m}{min}$, encuentre la rapidez con la que H se aleja de su amada a las 12:20 horas.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II
Tarea 6

1. (a) Si f y g son crecientes, ¿lo son también $f + g$, $f \cdot g$ y $f \circ g$?
(b) Demuestre que si f y g son uno-uno, entonces $f \circ g$ también es uno-uno. Halle $(f \circ g)^{-1}$ en términos de f^{-1} y g^{-1} .
(c) Halle g^{-1} en términos de f^{-1} si $g(x) = 1 + f(x)$.
2. (a) Demuestre que $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ es uno-uno si y sólo si $ad - bc \neq 0$, y halle f^{-1} en ese caso;
(b) ¿En qué intervalos $[a, b]$ son uno-uno las siguientes funciones?
 - i. $f(x) = x^3 - 3x^2$;
 - ii. $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$.
3. Suponga que f es diferenciable con derivada $f'(x) = (1 + x^3)^{-\frac{1}{2}}$. Demuestre que $g = f^{-1}$ satisface $g''(x) = \frac{3}{2}g(x)^2$.
4. (a) Suponga que f es una función uno-uno diferenciable, con derivada que no se anula en ningún punto y que $f = F'$. Sea $G(x) = xf^{-1}(x) - F(f^{-1}(x))$. Demuestre que $G'(x) = f^{-1}(x)$.
(b) Demuestre que una función creciente y otra decreciente se cortan como máximo en una sola vez.
5. (a) Un disco metálico de 10 cm de diámetro se dilata durante un proceso de calentamiento. Si su radio crece a razón de $0.05 \frac{cm}{seg}$, ¿con qué rapidez crece el área de sus caras cuando el radio es 5.1 cm?
(b) A las 12:17 horas un hombre H se encuentra a 260 m al norte de su novia M . Si H camina hacia el Este a razón de $40 \frac{m}{min}$ y M camina hacia el Sur a $30 \frac{m}{min}$, encuentre la rapidez con la que H se aleja de su amada a las 12:20 horas.

Dr. Hugo Villanueva Méndez
