UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS

CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II

Tarea 7

---

1. Muestre que $\int\limits_0^b x^3 dx = \frac{b^4}{4}$

2. Determine si son integrables en $[0, 2]$ las siguientes funciones, y calcule la integral cuando sea posible.

   (a)
   $$f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } 0 \leq x < 1; \\ x-2, & \text{si } 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

   (b) $f(x) = x + [x]$.

   (c)
   $$f(x) = \begin{cases} x + [x], & \text{si } x \in \mathbb{Q}; \\ 0, & \text{si } x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

3. Halle las áreas de las regiones limitadas por:

   (a) Las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = \frac{x^2}{2} + 2$;

   (b) Las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = -x^2$ y las rectas verticales por los puntos $(-1, 0)$ y $(1, 0)$;

   (c) La fráfica de $f(x) = \sqrt{x}$, el eje horizontal y la vertical por $(2, 0)$ (Sugerencia: no intente calcular la integral de la función $\sqrt{x}$).

4. Decimos que una función f es uniformemente continua en un intervalo A si para cada $\epsilon > 0$ existe algún $\delta > 0$ tal que, para cualesquiera $x, y \in A$,

   $$|x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon.$$

   Muestre que si f es continua en $[a, b]$, entonces f es uniformemente continua en $[a, b]$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS

CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II

Tarea 7

---

1. Muestre que $\int\limits_0^b x^3 dx = \frac{b^4}{4}$

2. Determine si son integrables en $[0, 2]$ las siguientes funciones, y calcule la integral cuando sea posible.

   (a)
   $$f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } 0 \leq x < 1; \\ x-2, & \text{si } 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

   (b) $f(x) = x + [x]$.

   (c)
   $$f(x) = \begin{cases} x + [x], & \text{si } x \in \mathbb{Q}; \\ 0, & \text{si } x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

3. Halle las áreas de las regiones limitadas por:

   (a) Las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = \frac{x^2}{2} + 2$;

   (b) Las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = -x^2$ y las rectas verticales por los puntos $(-1, 0)$ y $(1, 0)$;

   (c) La fráfica de $f(x) = \sqrt{x}$, el eje horizontal y la vertical por $(2, 0)$ (Sugerencia: no intente calcular la integral de la función $\sqrt{x}$).

4. Decimos que una función f es uniformemente continua en un intervalo A si para cada $\epsilon > 0$ existe algún $\delta > 0$ tal que, para cualesquiera $x, y \in A$,

   $$|x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon.$$

   Muestre que si f es continua en $[a, b]$, entonces f es uniformemente continua en $[a, b]$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez