UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II
Tarea 8

---

1. Halle las áreas de las regiones limitadas por:
   (a) las gráficas de $f(x) = x^2$, $g(x) = 1 - x^2$ y $h(x) = 2$;
   (b) las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x + 4$.

2. (a) Halle $\int_a^b \left(\int_c^d f(x)g(y)dy \right) dx$ en términos de $\int_a^b f$ y $\int_c^d g$.
   (b) Demuestre que $\int_a^b f(x)dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x-c)dx$.

3. (a) Demuestre qeu si f es integrable en $[a,b]$ y $f(x) \geq 0$ para todo $x \in [a,b]$, entonces $\int_a^b f \geq 0$.
   (b) Demuestre que si f y g son integrables en $[a,b]$ y $f(x) \geq g(x)$ para todo $x \in [a,b]$, entonces $\int_a^b f \geq \int_a^b g$.

4. Suponga que f es integrable en $[a,b]$. Demuestre que existe un número $x \in [a,b]$ tal que $\int_a^x f = \int_x^b f$. Demuestre con un ejemplo que no siempre es posible elegir un $x \in (a,b)$.

5. Dadas dos funciones, f y g, acotadas en $[a,b]$, sean $m = \inf\{(f+g)(x) : x \in [a,b]\}$, $m' = \inf\{f(x) : x \in [a,b]\}$ y $m'' = \inf\{g(x) : x \in [a,b]\}$. Muestre que $m \geq m' + m''$. De manera similar, si $M = \sup\{(f+g)(x) : x \in [a,b]\}$, $M' = \sup\{f(x) : x \in [a,b]\}$ y $m'' = \sup\{g(x) : x \in [a,b]\}$. Muestre que $M \leq M' + M''$.

6. Aplique el Teorema del Valor Medio para integrales definidas para mostrar que $\int_{-3}^{3} \frac{1}{x^2+6} dx \leq 1$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo II
Tarea 8

1. Halle las áreas de las regiones limitadas por:
   (a) las gráficas de $f(x) = x^2$, $g(x) = 1 - x^2$ y $h(x) = 2$;
   (b) las gráficas de $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x + 4$.

2. (a) Halle $\int_a^b \left(\int_c^d f(x)g(y)dy \right) dx$ en términos de $\int_a^b f$ y $\int_c^d g$.
   (b) Demuestre que $\int_a^b f(x)dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x-c)dx$.

3. (a) Demuestre qeu si f es integrable en $[a,b]$ y $f(x) \geq 0$ para todo $x \in [a,b]$, entonces $\int_a^b f \geq 0$.
   (b) Demuestre que si f y g son integrables en $[a,b]$ y $f(x) \geq g(x)$ para todo $x \in [a,b]$, entonces $\int_a^b f \geq \int_a^b g$.

4. Suponga que f es integrable en $[a,b]$. Demuestre que existe un número $x \in [a,b]$ tal que $\int_a^x f = \int_x^b f$. Demuestre con un ejemplo que no siempre es posible elegir un $x \in (a,b)$.

5. Dadas dos funciones, f y g, acotadas en $[a,b]$, sean $m = \inf\{(f+g)(x) : x \in [a,b]\}$, $m' = \inf\{f(x) : x \in [a,b]\}$ y $m'' = \inf\{g(x) : x \in [a,b]\}$. Muestre que $m \geq m' + m''$. De manera similar, si $M = \sup\{(f+g)(x) : x \in [a,b]\}$, $M' = \sup\{f(x) : x \in [a,b]\}$ y $m'' = \sup\{g(x) : x \in [a,b]\}$. Muestre que $M \leq M' + M''$.

6. Aplique el Teorema del Valor Medio para integrales definidas para mostrar que $\int_{-3}^{3} \frac{1}{x^2+6} dx \leq 1$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez