

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS  
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

---

Cálculo II  
Tarea 11

---

1. Encuentre los siguientes límites utilizando la Regla de l'Hôpital.
  - (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{x^2}$ ;
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x - \frac{x^2}{2}}{x^2}$ ;
  - (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}}$ ;
  - (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{\frac{1}{x^2}}$ .
2. Las funciones  $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ,  $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  y  $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$  reciben el nombre de *seno hiperbólico*, *coseno hiperbólico* y *tangente hiperbólica*, respectivamente.
  - (a) Represente gráficamente las funciones  $\sinh$ ,  $\cosh$  y  $\tanh$ ;
  - (b) Demuestre que  $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$ ,  $\tanh^2(x) + \frac{1}{\cosh^2(x)} = 1$ ;
  - (c) Halle fórmulas para  $\sinh(x+y)$  y  $\cosh(x+y)$ ;
  - (d) Halle las derivadas de  $\sinh$ ,  $\cosh$  y  $\tanh$ ;
3. Determine los intervalos donde  $\sinh$ ,  $\cosh$  y  $\tanh$  son inyectivas, defina sus funciones inversas y halle sus derivadas.
4.
  - (a) Sea  $f(x) = \ln|x|$  para  $x \neq 0$ . Demuestre que  $f'(x) = \frac{1}{x}$  para  $x \neq 0$ ;
  - (b) Si  $f(x) \neq 0$  para todo  $x$ , demuestre que  $(\ln|f(x)|)' = \frac{f'}{f}$ ;
  - (c) Suponga que sobre cierto intervalo la función  $f$  satisface la ecuación  $f' = cf$  para un cierto número  $c$ . Demuestre que  $f(x) = ke^{cx}$  para algún número  $k$ ;
  - (d) Suponga que  $f' = fg'$  para alguna función  $g$ . Muestre que  $f(x) = ke^{g(x)}$  para algún número  $k$ .
5. Calcule las siguientes integrales indefinidas.

|                               |                                     |
|-------------------------------|-------------------------------------|
| (a) $\int a^x dx$             | (f) $\int x \ln^2(x) dx$            |
| (b) $\int \log_a(x) dx$       | (g) $\int \frac{\ln(\ln(x))}{x} dx$ |
| (c) $\int x^2 e^x dx$         | (h) $\int \cos(\ln(x)) dx$          |
| (d) $\int x^3 e^{x^2} dx$     | (i) $\int x^3 e^x dx$               |
| (e) $\int e^{ax} \sin(bx) dx$ | (j) $\int \sin(x) \sin(3x) dx$      |

---

Dr. Hugo Villanueva Méndez