

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE CIENCIAS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Geometría Moderna
Tarea 1

1. (a) Muestre que para tres puntos colineales A , B y C , se cumple que $AB + BC + CA = 0$ aún cuando algunos de ellos son iguales.
(b) Justifique que un segmento AB es dividido externamente por el punto al infinito, en la dirección de la línea del segmento, en la razón -1 .
2. Muestre que si A, B y C son colineales y D es cualquier otro punto, entonces
$$DA^2 \cdot BC + DB^2 \cdot CA + DC^2 \cdot AB + AB \cdot BC \cdot CA = 0.$$
3. Pruebe que
 - (a) la altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo divide al triángulo en dos triángulos directamente semejantes, cada uno de los cuales es inversamente proporcional al triángulo dado.
 - (b) si unimos los puntos medios de los lados de un triángulo, obtendremos un triángulo homotético al triángulo dado.
 - (c) si el triángulo ABC está inscrito en una circunferencia, entonces una línea paralela a la tangente en A es antiparalela a BC con respecto a AB y AC .
4. Pruebe que
 - (a) el Teorema de Pitágoras usando el Teorema de Ptolomeo;
 - (b) el recíproco del Teorema de Ptolomeo es cierto;
 - (c) si $ABCD$ es un cuadrilátero cíclico convexo, cuyas diagonales se cortan en O , entonces $AB \cdot BC \cdot OD = CD \cdot DA \cdot BO$.
5. Considere un triángulo equilátero ABC inscrito en una circunferencia Γ . Sea P un punto sobre el arco BC (que no contiene a A). Muestre que $PA = PB + PC$.
6. Dos circunferencias Γ_1 y Γ_2 se intersectan en dos puntos distintos A y B . Una recta que pasa por A intersecta a Γ_1 y Γ_2 en C y D , respectivamente. Las tangentes a Γ_1 en C y a Γ_2 en D se intersectan en P . Muestra que C, B, D y P son concíclicos.

Dr. Hugo Villanueva Méndez