UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE CIENCIAS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Geometría Moderna
Tarea 3

1. (a) Construya un triángulo que sea semejante a un triángulo dado y cuyos vértices estén en tres rectas paralelas dadas.
   (b) Dadas dos líneas paralelas y el segmento AB en una de ellas, encuentre el punto medio de AB, usando únicamente regla.
2. (a) Muestre, sin utilizar el Teorema de Ceva, que dos bisectrices externas de un triángulo y la bisectriz interna del tercer ángulo son concurrentes.
   (b) Muestre el inciso anterior usando el Teorema de Ceva.

   El punto de intersección es el centro de una circunferencia que es tangente a uno de los lados del triángulo y a las prolongaciones de los otros dos, llamado *excírculo* y el punto es llamado *excentro*. Note que un triángulo tiene 3 excírculos.
3. Sean L, M y N puntos sobre los lados BC, CA y AB, respectivamente. Si AL, BM y CN concurren en un punto P, muestre que $\frac{PL}{AL} + \frac{PM}{BM} + \frac{PN}{CN} = 1$.
4. Dos circunferencias Γ_1 y Γ_2, de centros O_1 y O_2, respectivamente, son tangentes exteriormente en el punto A. Una tercera circunferencia Γ es tangente interiormente a Γ_1 y Γ_2 en los puntos A_1 y A_2, respectivamente. Muestra que OA, O_1A_2 y O_2A_1 son concurrentes.
5. Sean P, Q y R puntos en los lados BC, CA y AB, respectivamente, del triángulo ABC, de tal forma que AP, BQ y CR son concurrentes. Las rectas QR, RP y PQ cortan a BC, CA y AB en P', Q' y R', respectivamente.
   (a) Muestre que P', Q' y R' son colineales.
   (b) Muestre que AP, BQ' y CR' son concurrentes.
6. Si los lados AB, BC, CD y DA del cuadrilátero $ABCD$ son cortados por una recta en los puntos P, Q, R y S, respectivamente, muestre que $\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BQ}{QC} \cdot \frac{CR}{RD} \cdot \frac{DS}{SA} = 1$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez