UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE CIENCIAS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Geometría Moderna
Tarea 4

1. (a) Muestre que el Teorema de Ceva implica el Teorema de Menelao.
   (b) Muestre que el Teorema de Menelao implica el Teorema de Ceva.

2. Muestre que si las cevianas AL, BM y CN de un triángulo ABC concurren en un punto P, entonces se cumple que

$$\frac{AP}{PL} = \frac{AM}{MC} + \frac{AN}{NB}.$$

3. En el triángulo ABC, P, Q y R son los puntos medios de los lados AB, BC y CA, respectivamente. Las cevianas AN, BL y CM son concurrentes. Si PL intersecta a BC en J, MQ intersecta a AC en I y RN intersecta a AB en H, muestre que H, I y J son colineales.

4. Sean P, Q y R puntos sobre los lados (o sus prolongaciones) BC, CA y AB, respectivamente, de un triángulo ABC. Muestre que las circunferencias circunscritas a los triángulos AQR, BPR y CPQ concurren.

5. Si $(AB;CD) = -1$ y O y O' son los puntos medio de AB y CD, respectivamente, muestre que $OB^2 + O'C^2 = OO'^2$.

6. Si A y A' dividen armónicamente un diámetro de una circunferencia, y B y B' dividen armónicamente un segundo diámetro, muestre que AB y $A'B'$ son antiparalelas con respecto a los dos diámetros. ¿Son también antiparalelas AB' y $A'B$?

7. (a) Muestre que las rectas que unen cualquier punto de una circunferencia a los vértices de un cuadrado inscrito, forman un haz armónico.
   (b) Si L, M y N son los puntos medio de los lados BC, CA y AB, respectivamente, del triángulo ABC, muestre que $L(MN;AB) = -1$.

Dr. Hugo Villanueva Méndez