

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE CIENCIAS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Geometría Moderna
Tarea 5

1. Muestre que
 - (a) Si AP , BQ y CR son las alturas del triángulo ABC , el haz $P(QR; AB)$ es armónico
 - (b) Si dos puntos cualesquiera en una circunferencia A y B , son unidos a otros cuatro puntos cualesquiera también en la circunferencia, entonces el haz cuyo centro es A es armónico si y sólo si el haz cuyo centro es B es armónico.
 - (c) Establezca y pruebe teoremas correspondientes al inciso anterior si uno de los cuatro puntos es A .
 - (d) Establezca y pruebe teoremas correspondientes al inciso anterior si uno de los cuatro puntos es A y otro es B .
2. La bisectriz del ángulo A del triángulo ABC corta al lado opuesto en P , sean Q y R los pies de las perpendiculares desde B y C sobre AP . Demuestre que los cuatro puntos A, P, Q, R son armónicos.
3. Las tangentes a una circunferencia en P y Q se intersectan en A y el diámetro BC , al prolongarlo, pasa por A . Demuestre que A y Q están separados armónicamente por los puntos en los cuales su recta es intersectada por PB y PC .
4. Si $(AB; CD) = -1$ y M es el punto medio de AB , muestre que
 - (a) $\frac{1}{CA \cdot CB} + \frac{1}{DA \cdot DB} = \frac{1}{MA \cdot MB}$
 - (b) $\frac{1}{BC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AD} + \frac{1}{CD}$
 - (c) $DA \cdot DB = DC \cdot DM$
5. Si AD y AA' son la altura y la mediana desde A del triángulo ABC y las paralelas a A' a AB y AC intersectan a AD en P y Q , respectivamente, muestre que $(AD; PQ) = -1$.
6. Tres puntos distintos están uno en cada lado de un triángulo. Sus conjugados armónicos con respecto a los vértices del triángulo, están unidos a los vértices opuestos. Muestre que las tres rectas así obtenidas son concurrentes si y sólo si los tres puntos son colineales.

Dr. Hugo Villanueva Méndez