

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE CIENCIAS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Lógica y Conjuntos
Tarea 2

1. Sean $A = \{a, b\}$ y $B = \{1, 2\}$.

- (a) Describa las 16 relaciones entre A y B ;
- (b) De las 16 relaciones, determine el dominio y la imagen de cada una de ellas;
- (c) Determine cuáles relaciones cumplen que su imagen y su codominio coincidan.

2. La regla $H : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$H(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0; \\ 1, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

¿es función? Si sí, encuentre $H(2), H(-1), H(0)$ y $H(\pi)$.

3. Determine si las siguientes relaciones son funciones.

- (a) $A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b, c\}, R = \{(1, b), (3, a), (1, c), (2, a)\}$;
- (b) $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{a, b, c\}, R = \{(3, c), (1, a), (2, c)\}$;
- (c) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{a, b, c\}, R = \{(4, a), (2, a), (1, b), (3, c), (5, c)\}$;
- (d) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = \frac{x}{y}$;
- (e) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), f(x, y) = x - y$;
- (f) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = xy$;

4. Determina el dominio de las siguientes funciones:

- (a) $f(x) = 4x - 3$;
- (b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$;
- (c) $f(x) = \frac{|x|}{x}$.

5. Determine la imagen de las siguientes funciones:

- (a) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = 3n - 2$;

(b) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{a, b, c\}, R = \{(4, a), (2, c), (1, b), (3, c), (5, c)\}$;

(c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 1$.

6. (a) ¿Son iguales las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = |x|$ y $g(x) = \sqrt{x^2}$? Argumente.

(b) Sean $f, g : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2} \text{ y } g(x) = x + 2.$$

¿Son f y g iguales?

7. Determina si las siguientes funciones son inyectivas y /o suprayectivas, argumente.

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & \text{si } x \neq 0; \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

(b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x - |x|$.

(c) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que

$$f(n) = \begin{cases} 2n - 1, & \text{si } x \text{ es impar;} \\ n, & \text{si } x \text{ es par.} \end{cases}$$

(d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x^2 + x + 3$.

8. Construya ejemplos donde

(a) $g \circ f$ sea inyectiva y g no lo sea.

(b) $g \circ f$ sea suprayectiva y f no lo sea.

9. (a) Sea $g(x) = -2x + 3$, determine $g^{-1}(x)$.

(b) Determine el dominio máximo en el que la función $f(x) = x^2 + 4$ tiene inversa y determine ésta.

(c) Si $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ son biyectivas, demuestre que $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.