

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS  
FACULTAD DE CIENCIAS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Lógica y Conjuntos  
Tarea 6

“Lo que aparece en la Tarea 5 es falso.”

- En una cárcel hay 10 reos condenados a muerte a los que se les va a dar una última oportunidad para salvarse: se pondrán los 10 en una fila y a cada uno le pondrán un sombrero, ya sea blanco o negro. Cada reo sólo podrá ver el color de los sombreros de sus compañeros de adelante (no podrá ver el suyo ni ninguno de los de atrás). Se les irá preguntando, de uno en uno, empezando por el último de la fila y en orden hasta terminar con el primero: “¿Cuál cree que es el color de su sombrero?”. Si un reo atina a su color le salvan la vida; si no, lo matan. ¿Cómo le pueden hacer los reos para ponerse de acuerdo de tal forma que se salven al menos 9 reos?
- De las siguientes premisas, trate de obtener conclusiones correctas:
  - Si Abdiel no estudia, reprobará.  
Abdiel Aprobó.
  - Si Raúl come a deshoras, le dará gastritis.  
No le dio gastritis.
  - Si tomo café se me quita el sueño.  
Tengo sueño.
  - A todo estudiante de 1ºA le gusta el curso.  
Ximena es estudiante de 1ºA.
  - Si juego fútbol me canso  
Si me canso me da sed.  
No tengo sed.
  - Si hago la tarea de Lógica y Conjuntos me divierto.  
Si me divierto aprendo.  
Si no apruebo el curso, no aprendí.
  - Ningún profesor es normal.  
Hugo es profesor.
- Muestre que los siguientes razonamientos son reglas de inferencia.
 

(a) $p \Rightarrow q$ $\frac{p \Rightarrow \neg q}{\therefore \neg p}$	(d) $p \Rightarrow (q \vee r)$ $\frac{\neg q}{\therefore p \Rightarrow r}$
(b) $\neg p \Rightarrow r$ $\frac{r \Rightarrow s \wedge \neg s}{\therefore p}$	(e) $\forall x \in U, p(x) \Rightarrow q(x)$ $\frac{\forall x \in U, \neg r(x) \Rightarrow \neg q(x)}{\therefore \forall x \in U, p(x) \Rightarrow r(x)}$
(c) $p \wedge \neg q$ $(p \wedge \neg q) \Rightarrow r$	
- Determine si son reglas de inferencia las siguientes formas. En el caso de no ser reglas de inferencia, construir un razonamiento que tenga su forma, pero que tenga premisas verdaderas y conclusión falsa. Argumente.
 

(a) $\frac{\exists x \in U : p(x) \quad \exists x \in U : q(x)}{\therefore \exists x \in U : p(x) \vee q(x)}$	(c) $\frac{\exists x \in U : p(x) \quad \exists x \in U : q(x)}{\therefore \exists x \in U : p(x) \wedge q(x)}$
(b) $\frac{\forall x \in U, p(x) \Rightarrow q(x) \quad p(a)}{\therefore q(a)}$	(d) $\frac{p \Rightarrow q \quad \neg p \Rightarrow \neg r}{r \Rightarrow p}$
- Demuestre directamente que
  - La suma de dos múltiplos de 3 también es múltiplo de 3.
  - Si  $a$  y  $b$  son números reales, entonces  $a = 0 \vee b = 0 \Rightarrow ab = 0$ .
- Demuestre indirectamente las siguientes afirmaciones, indicando si es por contrarrecíproca o por contradicción.
  - $ab \neq 0 \Rightarrow a \neq 0 \wedge b \neq 0$
  - Si  $mn$  es múltiplo de 3 entonces  $m$  es múltiplo de 3 o  $n$  es múltiplo de 3.
  - La suma de un número racional y un irracional es irracional.
- Indique si las siguientes proposiciones son falsas o verdaderas, argumente dando ejemplo o contraejemplo.
  - Existen conjuntos de 7 elementos.
  - Para cualesquiera  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
  - Para cualesquiera  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b}{c}$
  - $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 9 = 25$
  - $\forall x \in \{4, -4\}, x^2 + 9 = 25$
  - $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 6 = 0$

No olvides practicar con los ejercicios de las páginas 30-32 y 42-43 del libro “Matemáticas Elementales”.