UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE CIENCIAS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Lógica y Conjuntos
Tarea 8

" Hay algo más importante que la lógica: es la imaginación."
- Alfred Hitchcock

1. Demuestre que
   (a) $x \in A$ si y sólo si $\{x\} \subset A$.
   (b) $A \subset \emptyset$ si y sólo si $A = \emptyset$.
   (c) $\{a\} = \{b, c\}$ si y sólo si $a = b = c$.
   (d) $\{c, a\} = \{c, b\} \Rightarrow a = b$.
   (e) $(A \subset B) \wedge (B \subset C) \wedge (C \subset A) \Rightarrow (A = B = C)$.
2. Determine cuáles de las proposiciones siguientes son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta.
   (a) $(A \subset B) \wedge (B \not\subseteq C) \Rightarrow (A \not\subseteq C)$.
   (b) $(A \neq B) \wedge (B \neq C) \Rightarrow (A \neq C)$.
   (c) $(A \subsetneq B) \wedge (B \subset C) \Rightarrow (A \subsetneq C)$
   (d) $(A \subset B) \wedge (B \in C) \Rightarrow (A \notin C)$
   (e) $A \not\subseteq B) \wedge (B \not\subseteq C) \Rightarrow (A \not\subseteq C)$
3. Sea $A = \{1, 2, \{2\}\}$. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles falsas?
   (a) $1 \in A$.
   (b) $\{1\} \subset A$.
   (c) $\{\{1\}\} \subset A$.
   (d) $\{2\} \in A$
   (e) $\{2\} \subset A$.
   (f) $\{\{2\}\} \subset A$.
4. Determine cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas. Justifique su respuesta.
   (a) $\emptyset \in \emptyset$.
   (b) $\emptyset \notin \emptyset$.
   (c) $\emptyset \in \{\emptyset\}$.
   (d) $\emptyset \subsetneq \{\emptyset\}$.
   (e) $\{\{\emptyset\}, \emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$.
   (f) $\{\{\emptyset\}\} \subset \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$.
5. Sean A, B, C y D conjuntos.
   (a) Si $A \cup B = A \cup C$, ¿es cierto que $B = C$? Justifique su respuesta.
   (b) Demuestre que $A \cup (A \cap B) = A$ y $A \cap (A \cup B) = A$.
   (c) Si $A \subset B$ y $C \subset D$, muestre que $A \cup C \subset B \cup D$ y que $A \cap C \subset B \cap D$.
   (d) Si $A \cup B$, muestre que $A = \emptyset$ y $B = \emptyset$.
6. Sean A, B y C conjuntos. Desmuestra que
   (a) $A - B \subset A$;
   (b) $(A - B) \cap B = \emptyset$.
   (c) $A \subset B \Rightarrow A - C \subset B - C$.
   (d) $A \subset B \Rightarrow C - B \subset C - A$.
   (e) $A - B = A - (A \cap B)$.
   (f) Muestre que $(A - B) \subset C \Leftrightarrow (A - C) \subset B$.
7. Sean $A, B \subset X$. Considérese A^c y B^c los complementos de A y B en X, respectivamente. Muestre que:
   (a) $(A^c)^c = A$.
   (b) $A \cup A^c = X$ y $A \cap A^c = \emptyset$.
   (c) $A - B = A \cap B^c$.
   (d) $A \subset B \Leftrightarrow B^c \subset A^c$.
   (e) $A \cup B = X \Leftrightarrow A^c \subset B$.
   (f) $A \subset B^c \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.
8. Demuestre que
   (a) $A \subset B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$.
   (b) $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
9. Si A y B son conjuntos, se define la **diferencia simétrica** de A y B, denotada como $A \Delta B$, por
   $$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A).$$
   Si A, B y C son conjuntos, muestre que
   (a) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$.
   (b) $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$.
   (c) $A \Delta B = B \Delta A$.
   (d) $A \Delta A = \emptyset$ y $A \Delta \emptyset = A$.
10. Descanse.

No olvides practicar con los ejercicios de las páginas 71-72 del libro "Matemáticas Elementales".

Dr. Hugo Villanueva Méndez