UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE CIENCIAS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS

Geometría Diferencial
Tarea 3

---

1. Sea α una curva parametrizada por longitud de arco con curvatura constante $k > 0$ y torsión $\tau = 0$. Muestre que α es parte de un círculo de radio $\frac{1}{k}$.
2. Sea α una curva parametrizada por longitud de arco contenida en la supreficie de una esfera de radio a centrada en el origen. Demuestre que α tiene curvatura $k(s) \geq \frac{1}{a}$ para cada s.
3. Suponga que todas las rectas tangentes a una curva pasan por un punto fijo. Muestre que la curva es una recta que pasa por el punto fijo.
4. Muestre que las únicas curvas con curvatura y torsión constante con las hélices.
5. Sea α una curva regular con curvatura $k \neq 0$ en $\alpha(s_0)$. Muestre que la curva plana obtenida al proyectar α sobre su plano osculador en $\alpha(s_0)$ tiene la misma curvatura en $\alpha(s_0)$ que α.
6. Sea $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$ una curva parametrizada por longitud de arco con curvatura $k(s) \neq 0$ para cada $s \in I$. Sea P un plano que satisface las siguientes dos condiciones:

   (a) P contiene a la recta tangente a α en $\alpha(s)$;

   (b) dada una vecindad $J \subset I$ de s, existen puntos de $\alpha(J)$ en ambos lados de P.

   Muestre que P es el plano osculador de α en s.
7. Sea AB un segmento de recta y sea L mayor que la longitud de AB. Muestre que la curva que une a A y B, de longitud L, tal que junto con AB encierra la mayor área posible es un arco de circunferencia que pasa por A y B.

Dr. Hugo Villanueva Méndez