UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo I
Tarea 11

---

1. (a) Dada la función $f(x) = x^5 + x + 1$ encuentre un entero n tal que $f(x) = 0$ para algún x entre n y $n+1$.
   (b) Demuestre que existe un número x tal que $sen(x) = x - 1$.

2. Suponga que f es una función continua y estrictamente creciente en el intervalo $[a, b]$; es decir,

$$x < y \Rightarrow f(x) < f(y).$$

   Demuestre que si c es un valor entre $f(a)$ y $f(b)$, entonces existe un único número $x \in [a, b]$ tal que $f(x) = c$.

3. (a) Demuestre que el intervalo $[0, 1]$ tiene la propiedad del punto fijo; es decir, para cada función continua $f : [0, 1] \to [0, 1]$, existe un número $x \in [0, 1]$ tal que $f(x) = x$.
   (b) Demuestre que si $f : [0, 1] \to [0, 1]$ es una función continua, g es continua en $[0, 1]$ y $g(0) = 0, g(1) = 1$ o bien $g(0) = 1, g(1) = 0$, entonces existe $x \in [0, 1]$ tal que $f(x) = g(x)$.

4. (a) Suponga que f es continua en (a, b) y que $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to b^-} = \infty$. Demuestre que f alcanza su valor mínimo en (a, b).
   (b) Demuestre que $\frac{5}{x-1} + \frac{7}{x-2} + \frac{16}{x-3} = 0$ tiene una solución entre 1 y 2, y otra entre 2 y 3.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo I
Tarea 11

---

1. Demuestre que existe un número x tal que $sen(x) = x - 1$.

2. Suponga que f es una función continua y estrictamente creciente en el intervalo $[a, b]$; es decir,

$$x < y \Rightarrow f(x) < f(y).$$

   Demuestre que si c es un valor entre $f(a)$ y $f(b)$, entonces existe un único número $x \in [a, b]$ tal que $f(x) = c$.

3. (a) Demuestre que el intervalo $[0, 1]$ tiene la propiedad del punto fijo; es decir, para cada función continua $f : [0, 1] \to [0, 1]$, existe un número $x \in [0, 1]$ tal que $f(x) = x$.
   (b) Demuestre que si $f : [0, 1] \to [0, 1]$ es una función continua, g es continua en $[0, 1]$ y $g(0) = 0, g(1) = 1$ o bien $g(0) = 1, g(1) = 0$, entonces existe $x \in [0, 1]$ tal que $f(x) = g(x)$.

4. (a) Suponga que f es continua en (a, b) y que $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to b^-} = \infty$. Demuestre que f alcanza su valor mínimo en (a, b).
   (b) Demuestre que $\frac{5}{x-1} + \frac{7}{x-2} + \frac{16}{x-3} = 0$ tiene una solución entre 1 y 2, y otra entre 2 y 3.

Dr. Hugo Villanueva Méndez