UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo I
Tarea 3

1. Encuentre el supremo y el ínfimo de los siguientes conjuntos (en caso de existir). Determine si pertenecen o no al conjunto.
   (a) $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$;
   (b) $\{x : x = 1 \text{ o } x = 1 - \frac{1}{n} \text{ para algún } n \in \mathbb{N}\}$;
   (c) $\{x \in \mathbb{Q} : 0 \leq x \leq \sqrt{2}\}$;
2. Demuestre que si a y b son números reales con $a > 0$, entonces existe un número natural n tal que $na > b$.
3. Demuestre
   (a) Si $x, y \in \mathbb{R}$ son tales que $y - x > 1$, demuestre que existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que $x < k < y$. Sugerencia: Sea j el mayor entero que satisface $j \leq x$ y considere $j + 1$.
   (b) $x, y \in \mathbb{R}$ son tales que $x < y$, demuestre que existe $r \in \mathbb{Q}$ tal que $x < r < y$. Sugerencia: Si $\frac{1}{n} < y - x$ (¿por qué existe?), entonces $ny - nx > 1$.
   (c) Si $r, s \in \mathbb{Q}$ son tales que $r < s$, demuestre que existe un número irracional entre r y s. Sugerencia: Considere un número irracional entre 0 y 1 (por ejemplo, ¿cuál?).
   (d) Si $x, y \in \mathbb{R}$ son tales que $x < y$ demuestre que existe un número irracional entre x y y. Sugerencia: Use los incisos anteriores.

Dr. Hugo Villanueva Méndez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
CENTRO DE ESTUDIOS EN FÍSICA Y MATEMÁTICAS BÁSICAS Y APLICADAS

Cálculo I
Tarea 3

1. Encuentre el supremo y el ínfimo de los siguientes conjuntos (en caso de existir). Determine si pertenecen o no al conjunto.
   (a) $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$;
   (b) $\{x : x = 1 \text{ o } x = 1 - \frac{1}{n} \text{ para algún } n \in \mathbb{N}\}$;
   (c) $\{x \in \mathbb{Q} : 0 \leq x \leq \sqrt{2}\}$;
2. Demuestre que si a y b son números reales con $a > 0$, entonces existe un número natural n tal que $na > b$.
3. Demuestre
   (a) Si $x, y \in \mathbb{R}$ son tales que $y - x > 1$, demuestre que existe $k \in \mathbb{Z}$ tal que $x < k < y$. Sugerencia: Sea j el mayor entero que satisface $j \leq x$ y considere $j + 1$.
   (b) $x, y \in \mathbb{R}$ son tales que $x < y$, demuestre que existe $r \in \mathbb{Q}$ tal que $x < r < y$. Sugerencia: Si $\frac{1}{n} < y - x$ (¿por qué existe?), entonces $ny - nx > 1$.
   (c) Si $r, s \in \mathbb{Q}$ son tales que $r < s$, demuestre que existe un número irracional entre r y s. Sugerencia: Considere un número irracional entre 0 y 1 (por ejemplo, ¿cuál?).
   (d) Si $x, y \in \mathbb{R}$ son tales que $x < y$ demuestre que existe un número irracional entre x y y. Sugerencia: Use los incisos anteriores.

Dr. Hugo Villanueva Méndez