

Introducción a la Mecánica Cuántica Relativista

Facultad de Ciencias en Física y Matemáticas – UNACH

Tarea 2

1. Demuestre que $[\widehat{H}, \vec{\sigma} \cdot \sigma] = -2i\alpha \cdot (\vec{p} \times \vec{\sigma})$ para $\vec{\sigma}$ un vector fijo y \widehat{H} el hamiltoniano de Dirac de partícula libre.
2. Demuestre que a partir del hamiltoniano de Dirac con acoplamiento minimal (con unidades $c = \hbar = 1$):

$$\widehat{H}_D = \alpha \cdot \pi + \beta m + e\phi$$

con

$$\pi = \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A},$$

se sigue que

$$\dot{\vec{r}} = \alpha, \quad \ddot{\vec{r}} = \dot{\alpha} = 2i[\pi - \alpha(\widehat{H}_D - e\phi)], \quad \dot{\pi} = e\vec{E} + e\alpha \times \vec{B}$$

Nótese que la fuerza de *Lorentz* se expresa en términos de α .

3. Use los resultados del problema anterior para resolver la ecuación de Dirac para una partícula que se mueve en el seno de un campo eléctrico uniforme y constante ($\vec{A} = 0$, $\vec{B} = 0$, $\phi = -E \cdot \vec{r}$). Resuelva por aproximaciones sucesivas.