1. Escríbanse las declaraciones BASIC y FORTRAN para realizar la siguiente operación

$$s = \Sigma x_i^2$$

Para i = 3, 6, 9,. . ., 21.

2. Dado el siguiente programa (Problema 2.3)

```
10 A = 10.1
20 B = 3.1416
30 Z = 1.1
40 PRINT X1
```

¿Cuál será el resultado que se imprima, si se insertan las siguientes expresiones entre las líneas 30 y 40?

a) `35 X1 = A**Z/B`

b) `35 X1 = A**(Z/B)`

c) `35 X1 = A*B - B**B/Z + 2*Z`

d) `35 X1 = ((A*Z) - B/Z)**Z)/(B - Z)`

e) `32 J = INT(A**Z/B - Z)`

`36 X1 = J*A`

3. Dado el programa del problema 2.3, escríbase el código de la línea 35 que evaluará las siguientes expresiones algebraicas:

$$x_1 = \frac{a^2 - 4\sqrt{b}}{z}$$

$$x_1 = a - \sqrt{z/5 + 6(a+z)^{2/3}} - \frac{7}{b}$$

4. Escríbase un programa para calcular las raíces reales de la ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde a, b y c son coeficientes reales. La fórmula para calcular las raíces es la fórmula cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Nótese que si la cantidad dentro del signo de la raíz cuadrada es negativa entonces las raíces son complejas. También ocurre una división por cero si $a = 0$. Diséñese el programa de forma tal que contemple estas contingencias imprimiendo un mensaje de error. También, inclúyase algo de documentación a lo largo del programa y etiquétense las salidas para hacer el programa legible. Repítanse los cálculos para valores diferentes de a, b y c, tantas veces como el usuario desee. Efectúense pruebas para los casos:

a) $a = 1$ $b = 4$ $c = 2$
b) $a = 0$ $b = -4$ $c = 2.3$

5. La función exponencial e^x se puede evaluar mediante la serie infinita:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$$

Escríbase un programa para implementar esta fórmula que calcule los valores e^x agregando un término cada vez a la serie. En otras palabras, calcúlese e imprímase la secuencia

$$e^x \simeq 1$$
$$e^x \simeq 1 + x$$
$$e^x \simeq 1 + x + \frac{x^2}{2}$$
$$\vdots$$

hasta la orden de término prefijado. Para cada caso, calcúlese el porcentaje de error relativo dado por

$$\%\ \text{error} = \frac{\text{solución real} - \text{solución aproximada}}{\text{solución real}}\ 100\%$$

Utilícese la función de biblioteca para calcular e^x y determinar la "solución real". El progrma debe imprimir la solución aproximada y el error en cada paso. Se puede emplear una función definida por el usuario para calcular el error, y usar ciclos para simplificar los cálculos tanto como sea posible. Para probarlo, utilícese el programa para calcular exp(0.5) desde el primer término de la serie hasta el término $x^{20}/20!$. Interprétense los resultados.

6. En economía se dispone de fórmulas para calcular los pagos anuales debidos a un préstamo. Supóngase que se desea pedir un préstamo de P pesos para pagarlo en n pagos anuales con una tasa de interés i. La fórmula para calcular el pago anual, A_1 es.

$$A_1 = P\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Escríbase un programa para calcular A_1. Pruébese con P = \$10 000 y una tasa de interés del 20 por ciento. (i = 0.20). Hágase el programa de tal forma que se puedan evaluar tantos valores de n como se desee. Calcúlense los resultados para n = 1, 2, 3, 4 y 5.

= Tarea 1 =

Métodos Numéricos

7. Redondéense los siguientes números a tres cifras significativas.

a) 8.755
b) $0.368\ 124 \times 10^2$
c) 4 225.0002
d) 5.555×10^3
e) 0.999 500

8. En el ejemplo 3.2 se usó la serie infinita:

$$f(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

para aproximar e^x.

a) Demuéstrese que esta expansión en serie Maclaurin es un caso especial de la expansión en serie de Taylor [Ec. (3.14)] con $x_i = 0$ y $h = x$.

b) Úsese la serie de Taylor para estimar $f(x) = e^{-x}$ en $x_{i+1} = 2$ para tres casos diferentes: $x_i = 0.5$, 1.0 y 1.5. Empléense los términos de orden cero, primero, segundo, y tercero, además calcúlese $|\epsilon_v|$ para cada caso.

9. La expansión en serie de Maclaurin para el cos x es:

$$\cos x = -\frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \ldots$$

Iniciando con el primer término, cos $x = 1$, agréguense los términos uno a uno para estimar cos $(\pi / 3)$. Después que se agregue cada uno de los términos, calcúlense los errores porcentuales relativos, exactos y aproximados. Úsese una calculadora de bolsillo para determinar el valor exacto. Agréguense términos hasta que el valor absoluto del error aproximado falle bajo cierto criterio de error, considerando dos cifras significativas.

10. Úsense los términos en serie de Taylor de cero a tercer orden para estimar $f(3)$ para

$$f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$$

usando como punto base $x = 2$. Calcúlese el error relativo porcentual correcto para cada aproximación.

11. Úsense aproximaciones de diferencias de $O(h)$ hacia atrás y hacia adelante y una aproximación central de $O(h^2)$ para estimar la primera derivada de la función mencionada en el problema 3.9. Evalúese la derivada en $x = 2.5$ usando un tamaño de paso de $h = 0.25$. Compárense los resultados con el valor correcto de la derivada en $x = 2.5$. Interprétense los resultados en base al término residual de la serie de Taylor.